

הקדמה של דקדוק פונקציונלי

נשים לב: שולל המונחים הבאים מתיחסים לאגד הדבר:
 שפה / קבוצה / בעיית הכחדה
 כולם מתיחסים לתת קבוצה של $\{0,1\}^*$.

הקדמה: תבנית $A, B \subseteq \{0,1\}^*$ שפה.

שומר שפיתח דקדוק פונקציונלי מ-A ל-B

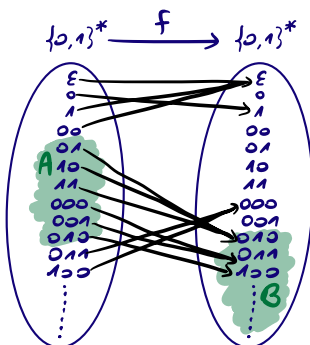
אם קיימת פונקציה $f: \{0,1\}^* \rightarrow \{0,1\}^*$

כך f נקראת חשיבה בזמן פונקציונלי.

ולכן $x \in \{0,1\}^*$ מקיים:

$$x \in A \Rightarrow f(x) \in B$$

$$x \notin A \Rightarrow f(x) \notin B$$



$$A \leq_p B \quad \text{מיון:}$$

דוגמא #1: נתון הסתם הפסד הבאות:

$$A = \{x \mid x \text{ זוגי}\}$$

$$B = \{x \mid x \text{ מתחלק ב-6}\}$$

$$A \subseteq_p B$$

שאלה: נגדיר פונקציה $f: \{0,1\}^* \rightarrow \{0,1\}^*$ כך:

הגדרה:

תהיה $f: \{0,1\}^* \rightarrow \{0,1\}^*$ שגורמת:

שאר שתיים הפונקציה פונקציה מ-A ל-B

$$f: \{0,1\}^* \rightarrow \{0,1\}^*$$

כך f נחשב להיות פונקציה

ולכן $x \in A \Rightarrow f(x) \in B$

$$x \in A \Rightarrow f(x) \in B$$

$$x \notin A \Rightarrow f(x) \notin B$$

תוצאות אחרות:

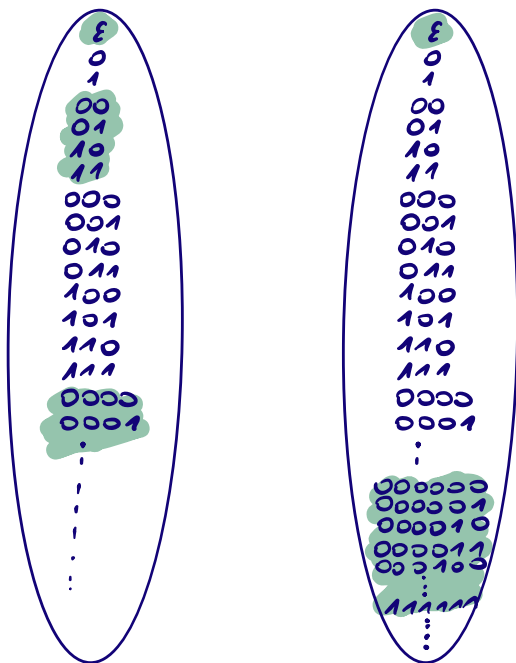
אם האות f הוא "זוגי"

אז בהכרח תהיה הפונקציה "זוגי".

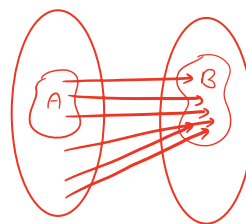
אם האות f הוא "זוגי"

אז בהכרח תהיה הפונקציה "זוגי".

$$\{0,1\}^* \xrightarrow{f} \{0,1\}^*$$

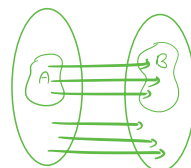


שאלה: נגדיר פונקציה $f: \{0,1\}^* \rightarrow \{0,1\}^*$ כך:



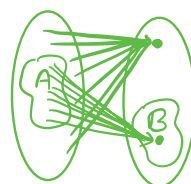
שאלה #1: (לא עברה)

$$f(x) = xxx$$



שאלה #2: (עברה)

$$f(x) = xxx$$



שאלה #3: (עברה)

$$f(x) = \begin{cases} 00010 & \text{אם } x \text{ זוגי} \\ 11 & \text{אם } x \text{ אי-זוגי} \end{cases}$$

בטבה מלאה של דיקטא #1:

$$A = \{x \mid \text{ואז זוגי}\} \quad B = \{x \mid \text{ואז ממלך ב-6}\}$$

$$A \subseteq B: \text{הוכחה:}$$

שלב 1: נגדיר פונקציה $f: \{0,1\}^* \rightarrow \{0,1\}^*$ כך:

$$f(x) = xx$$

שלב 2: נבנה f נחת אחשוב בטן פולניאלי.
בדי לחש f יש להשק שיש
פעמים x . נמך אלה ש
בטן ליארי ב- וא.

הקדמה:

תפיש $\{0,1\}^*$ של A, B שט.

נאמר שקיימת הפקציה פולניאלי A ו- B

אם קיימת פונקציה $f: \{0,1\}^* \rightarrow \{0,1\}^*$

כך f נחת אחשוב בטן פולניאלי

ולא $\{0,1\}^*$ $x \in A$ מקיים:

$$x \in A \Rightarrow f(x) \in B$$

$$x \notin A \Rightarrow f(x) \notin B$$

שלב 3: יהי $x \in \{0,1\}^*$.

נניח $x \in A$. אז xx זוגי. אז xx זוגי (סטם של זוגיים). בנוסף: xx זוגי
ממלך ב-3. אז xx ממלך ב-6. ואז $xx \in B$, ואז $f(x) \in B$.
נניח $x \notin A$. אז xx אי-זוגי. אז xx אי-זוגי (סטם של מספר אי-זוגי של אי-זוגיים)
ואז xx לא ממלך ב-6. ואז $xx \notin B$, ואז $f(x) \notin B$.

דיקטא #2:

A, B

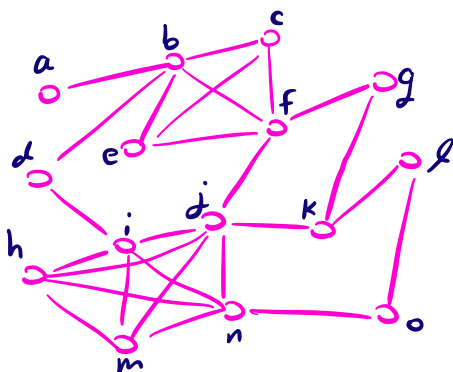
תשובה: קצרה בגלל לא מכין.

בהנח של לא מכין $G = \langle V, E \rangle$,

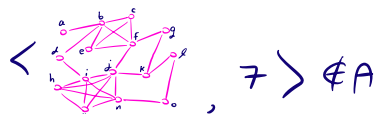
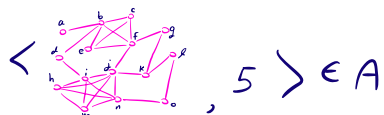
נאמר כי קצרה ב- G היא

נה קבוצה $S \subseteq V$ כך שכל $v \in S$

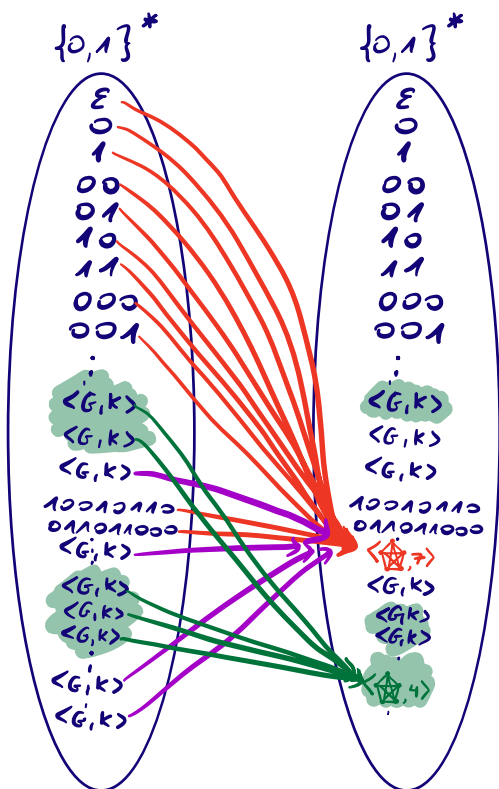
מקיים: $(v, u) \in E$.



$CLIQUE = A = \{ \langle G, k \rangle \mid \begin{array}{l} G \text{ הוא גרף לא מכוון} \\ k \text{ הוא מספר טבעי} \\ \text{וקיימת ג'יה-} G \text{ קצרה} \\ \text{בקצה } k \end{array} \}$



$B = \{ \langle G, k \rangle \mid \begin{array}{l} G \text{ הוא גרף לא מכוון} \\ k \text{ הוא מספר טבעי} \\ \text{וקיימת ג'יה-} G \text{ אפחה} \\ \text{שלוש קצרות שונות} \\ \text{בקצה } k \end{array} \}$



$A = \{ \langle G, k \rangle \mid \begin{array}{l} G \text{ הוא גרף לא מכוון} \\ k \text{ הוא מספר טבעי} \\ \text{וקיימת ג'יה-} G \text{ קצרה} \\ \text{בקצה } k \end{array} \}$

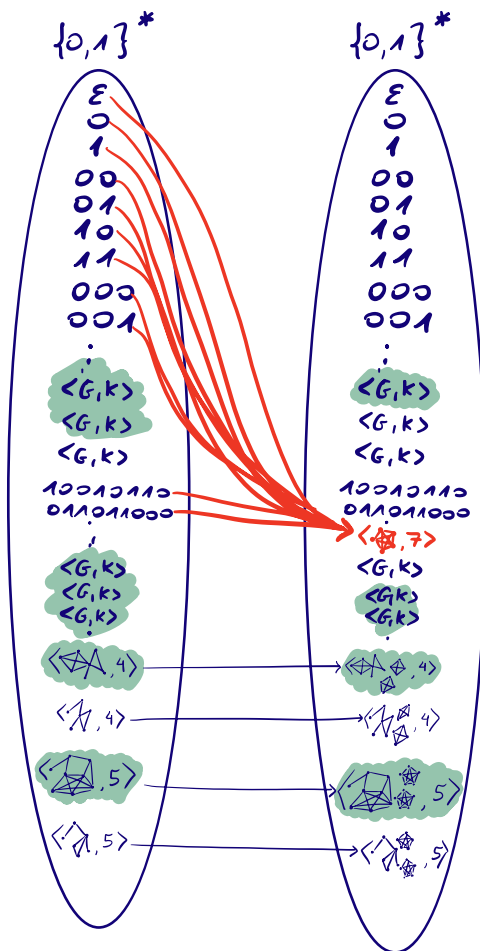
$B = \{ \langle G, k \rangle \mid \begin{array}{l} G \text{ הוא גרף לא מכוון} \\ k \text{ הוא מספר טבעי} \\ \text{וקיימת ג'יה-} G \text{ אפחה} \\ \text{שלוש קצרות שונות} \\ \text{בקצה } k \end{array} \}$

$\leq_P$

שלב א': נבדיר פונקציה $f: \{0,1\}^* \rightarrow \{0,1\}^*$ כן:

רמז #1: לא עובד, כי כיום לא יודעו היום
 טיפן לרשם את הפונקציה הזו
 בצמח פונקציונלי.

$f(x) = \begin{cases} \langle G, k \rangle & \text{אין מ'י'ק' } x \\ \langle G, k \rangle & \text{אין מ'י'ק' } x \\ \langle G, k \rangle & \text{אין מ'י'ק' } x \\ \langle G, k \rangle & \text{אין מ'י'ק' } x \end{cases}$



$A = \{ \langle G, k \rangle \mid \begin{array}{l} G \text{ הוא גרף לא מכוון} \\ k \text{ הוא מספר טבעי} \\ \text{וקיימת גרף } G \text{ קוטר} \\ \text{בקוטר } k \end{array} \}$

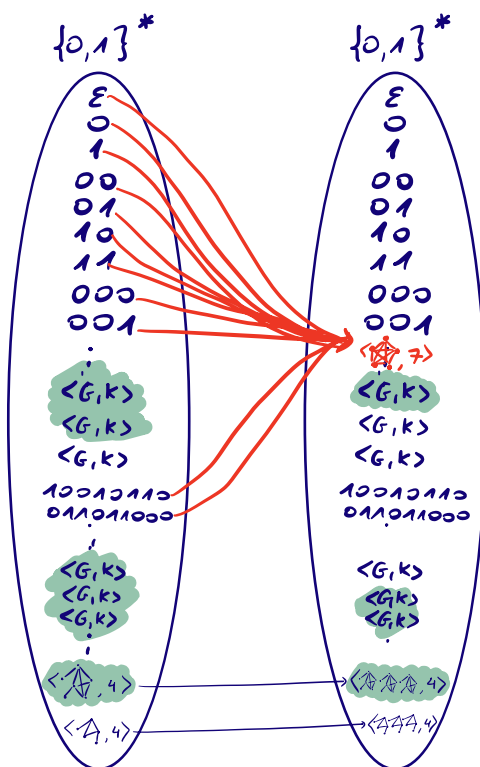
$B = \{ \langle G, k \rangle \mid \begin{array}{l} G \text{ הוא גרף לא מכוון} \\ k \text{ הוא מספר טבעי} \\ \text{וקיימת גרף } G \text{ אופיינטי} \\ \text{שגודל קוטר גרף } G \\ \text{הוא } k \end{array} \}$

שאלה א': נדיר פתרון $\{0,1\}^* \rightarrow \{0,1\}^*$ f כך:

נסיון #2: (עובד)

$$f(x) = \begin{cases} \langle G, 7 \rangle & \text{אם } x \text{ אינו } N^2 \\ \langle G', k \rangle & \text{אם } x \text{ אינו } N^2 \end{cases}$$

G'
גרף קוטר 2 בקוטר 4



$A = \{ \langle G, k \rangle \mid \begin{array}{l} G \text{ הוא גרף לא מכוון} \\ k \text{ הוא מספר טבעי} \\ \text{וקיימת גרף } G \text{ קוטר} \\ \text{בקוטר } k \end{array} \}$

$B = \{ \langle G, k \rangle \mid \begin{array}{l} G \text{ הוא גרף לא מכוון} \\ k \text{ הוא מספר טבעי} \\ \text{וקיימת גרף } G \text{ אופיינטי} \\ \text{שגודל קוטר גרף } G \\ \text{הוא } k \end{array} \}$

שאלה א': נדיר פתרון $\{0,1\}^* \rightarrow \{0,1\}^*$ f כך:

נסיון #3: (עובד)

$$f(x) = \begin{cases} \langle G, 7 \rangle & \text{אם } x \text{ אינו } N^2 \\ \langle GGG, k \rangle & \text{אם } x \text{ אינו } N^2 \end{cases}$$

G

2 הערה:

(1)

שאלה א': נדיר במקרה $\{1,0\}^* \rightarrow \{1,0\}^*$ f : ק:

נסיון #3: (עובד) (😊)

$$f(x) = \begin{cases} \langle \text{ד}, \text{ד} \rangle & x \text{ אינ מ"צ} \\ \langle \text{א}, \text{א} \rangle & x \text{ מ"צ} \end{cases}$$

שאלה א': נדיר במקרה $\{1,0\}^* \rightarrow \{1,0\}^*$ f : ק:

נסיון #2: (עובד) (😊)

$$f(x) = \begin{cases} \langle \text{ד}, \text{ד} \rangle & x \text{ אינ מ"צ} \\ \langle \text{א}, \text{א} \rangle & x \text{ מ"צ} \end{cases}$$

מכיוון והוא נדיר זה המקרה של ק זהו מחיצה שמייצגת
אובייקטים גורמים, וכלים מהקצה שמחיצה לא מייצגת אובייקט יחיד.

(2)

הערה: מבינים $\{1,0\}^* \rightarrow \{1,0\}^*$ A, B שם.

נאמר שמישהו רוצה פונקציה מ- A ל- B

אם קיימת פונקציה $\{1,0\}^* \rightarrow \{1,0\}^*$ f :

ק f -ע נגיד אהיה בזמן פונקציה:

ואם $x \in \{1,0\}^*$ מקיים:

$$x \in A \iff f(x) \in B$$

בשםדים עם שם A -שמה, ישר קל להוכיח את
שם הביטויים: f

$$x \in A \implies f(x) \in B$$

$$x \in A \iff f(x) \in B$$